Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное образовательное учреждение

высшего образования

**ВЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Институт математики и информационных систем

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра систем автоматизации управления

**Дисциплина: Математические основы теории систем**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Выполнил студент  группы ИТб 2302-02-20 |  | Ердяков Роман Александрович |  |
|  |  |
| Проверил |  | Поздин Владимир Николаевич |  |

СОДЕРЖАНИЕ

[1 Задание 3](#_Toc201012051)

[2 Задание 3](#_Toc201012052)

[3 Задание 4](#_Toc201012053)

[4 Задание 5](#_Toc201012054)

[5 Задание 6](#_Toc201012055)

[6 Задание 7](#_Toc201012056)

[7 Задание 8](#_Toc201012057)

[8 Задание 10](#_Toc201012058)

[9 Задание 11](#_Toc201012059)

[10 Задание 13](#_Toc201012060)

# Задание

Задача 1

Приняв множество первых 20 натуральных чисел в качестве универсума, запишите следующие его подмножества:  – четных чисел,  – простых чисел

Решение:

Примем универсум как множество первых 20 натуральных чисел:

**U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}**

Теперь выделим нужные подмножества:

**A — множество чётных чисел:**

A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

**D — множество простых чисел:**

D = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

Задача 2

Запишите множество, получаемое в результате операции  над множествами из задачи 1

Решение:

**Общие элементы** в этих двух множествах: только число **2**, так как это единственное чётное простое число.

={2}

# Задание

Даны два множества  и  и определено бинарное отношение.

Записать для данного отношения область определения и область значений. Определить сечения по каждому элементу из . Записать фактор-множество .

Решение:

Область определения – множество всех **x**, которые участвуют в парах. Из отношения видно, что участвуют все элементы X, значит область определения равна:



Область значения – множество всех y, которые участвуют в парах. Из отношения видно, что участвуют все элементы Y, значит область значения равна:



**Сечения по каждому элементу из X это множество - множество всех**

**c которыми связан :**

**Фактор множества Y/A – разделение множества** Yна группы, где внутри группы – элементы, которые хоть раз встречались вместе у одного x. Анализируя это:

Значит Y/A одна группа =

# Задание

Найти расстояния между двоичными словами ,  и .

Решение:

Расстояние между двоичными словами – количество позиций, в которых соответствующие символы различаются.

Сравним x и y:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| y | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| различия | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Итого 2 отличия

Сравним x, z:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| z | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| различия | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Итого 4 отличия

Сравним y, z:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| y | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| z | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| различия | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Итого 4 отличия

Ответ: Расстояния между двоичными словами (x, y) = 2, (x, z) = 4, (y, z) = 4

# Задание

Построить граф заданный матрицей смежности. Классифицировать полученный граф, записать матрицу инцидентности.

Матрица смежности 

Решение

Построим граф на рисунке 1

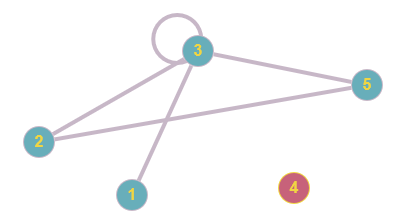


Рисунок 1. Граф

Классификация графа: неориентированный, так как его матрица смежности симметрична, имеет петлю S[3][3], не связный так как нет пути от любой вершины к любой.

Матрица инцидентности:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вершины/ребра | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 |
| v1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| v2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| v3 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 |
| v4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| v5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

# Задание

Постройте таблицы истинности для функции:



Решение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

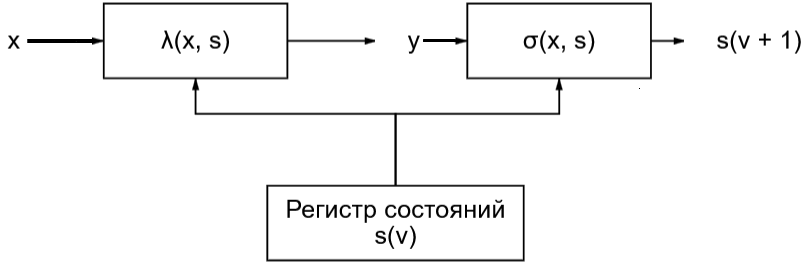
# Задание

Синтезируйте структурную схему конечного автомата Мили и таблицу истинности его комбинационной схемы, если автомат задан таблицей переходов  и таблицей выходов .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | |  |  | | | | | | |
| *xi*  *si* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  | *xi*  *si* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 4 | 2 | 3 | 1 | 4 | 1 |  | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 4 |  | 1 | 3 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 |  | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 5 | 1 |  | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |  | 4 | 3 | 3 | 0 | 1 | 2 | 0 |
| 5 | 1 | 3 | 3 | 4 | 5 | 0 |  | 5 | 0 | 3 | 0 | 2 | 1 | 0 |

Решение:

Схема:



Таблицу истинности его комбинационной схемы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| xᵢ | sᵢ | σ(xᵢ, sᵢ) | λ(xᵢ, sᵢ) |
| 0 | 0 | 4 | 2 |
| 0 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 3 | 0 |
| 0 | 3 | 1 | 0 |
| 0 | 4 | 4 | 0 |
| 0 | 5 | 1 | 3 |
| 1 | 0 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 2 |
| 1 | 3 | 3 | 0 |
| 1 | 4 | 1 | 1 |
| 1 | 5 | 4 | 0 |
| 2 | 0 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 3 |
| 2 | 3 | 3 | 1 |
| 2 | 4 | 4 | 1 |
| 2 | 5 | 5 | 0 |
| 3 | 0 | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 2 | 0 |
| 3 | 2 | 2 | 0 |
| 3 | 3 | 3 | 1 |
| 3 | 4 | 5 | 1 |
| 3 | 5 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 3 | 3 |
| 4 | 1 | 0 | 3 |
| 4 | 2 | 0 | 0 |
| 4 | 3 | 1 | 1 |
| 4 | 4 | 0 | 2 |
| 4 | 5 | 2 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 3 | 3 |
| 5 | 2 | 3 | 0 |
| 5 | 3 | 4 | 2 |
| 5 | 4 | 5 | 1 |
| 5 | 5 | 0 | 0 |

# Задание

Для периодической импульсной последовательности, изображенной на рисунке и имеющей параметры , ,  запишите ряд Фурье и постройте спектр



Решение:

**Ряд Фурье для периодической импульсной последовательности**

),

где:

 — круговая частота повторения,

 ​ — постоянная составляющая,

 — коэффициенты ряда Фурье

Постоянная составляющая (:

Коэффициенты вычисляются по формуле:

После интегрирования получаем:

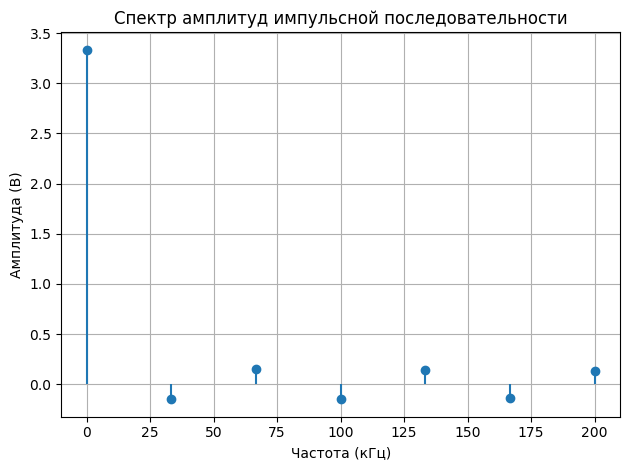
Подставляя числовые значения

где

Окончательный ряд Фурье:

**Значения первых гармоник:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 0 | 0 | 3.33 |
| 1 |  | 2.76 |
| 2 |  | 1.38 |
| 3 |  | 0 |
| 4 |  | -0.69 |
| 5 |  | -0.55 |
| 6 |  | 0 |

****

# Задание

Задана матрица . Найдите транспонированную матрицу .

Решение:

Транспонирование – операция над матрицей, при которой ее строки и столбцы меняются местами:

Ответ:



# Задание

Задана матрица . Найдите обратную матрицу  методом исключения.

Решение:

Запишем расширенную матрицу:

Разделим первую строку 2

Вычитаем из второй строки первую строку умноженную на 3

Вычитаем из третьей строки первую строку умноженную на 7

Делим вторую строку на

Вычитаем из третьей строки вторую умноженную на

Делим третью строку на

Вычитаем из второй строки третью умноженную на

Вычитаем из первой строки вторую умноженную на

Извлекаем обратную матрицу

# Задание

Система описывается в пространстве переменных состояния уравнениями



Запишите уравнения системы в матричной форме

Решение:

Представим систему уравнений как:

Где

– вектор переменных состояний

А – матрица коэффициентов переменных состояния

B – вектор коэффициентов входного воздействия u

C – матрица для выхода

D – коэффициент прямого влияния u на y

Уравнение для в матричной форме:

Уравнение для y в матричной форме: